FÍSICA 2º BACHILLERATO – 1ª EVALUACIÓN – Examen Global – CURSO 2012/2013

FECHA: 20 de noviembre de 2012

CUESTIONES

C1.- Considere una partícula de 20 g de masa que realiza un movimiento armónico simple de amplitud 0.1 m y frecuencia angular 2 rad/s. En el instante inicial (t = 0 s) se encuentra en la posición x = 0 m. Calcular la energía total de la partícula. Calcular también las expresiones de la energía cinética y de la energía potencial de la partícula: a) en función de la posición; b) en función del tiempo.

Sol:

A partir de las condiciones iniciales se deduce obviamente que $\varphi_0 = 0\,rad$, por tanto la ecuación de la posición del cuerpo vendrá dada por:

$$x = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \qquad x = 0.1 \cdot \sin 2t$$

Una vez tenemos la ecuación de movimiento del cuerpo pasamos a calcular la energía total de la partícula que es lo primero que nos piden en el ejercicio.

$$E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.02 \cdot 2^2 \cdot 0.1^2 \qquad \boxed{E = 4 \cdot 10^{-4}\,J}$$

Energías en función de la posición

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.02 \cdot 2^2 \cdot x^2 \qquad \boxed{E_{pot} = 0.04 \cdot x^2}$$

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (A^2 - x^2) = 0.04 \cdot (0.1^2 - x^2) \qquad \boxed{E_{cin} = 4 \cdot 10^{-4} - 0.04 \cdot x^2}$$

Como bien se observa en las dos ecuaciones anteriores la energía cinética en cada punto es exactamente igual a la energía total menos la energía potencial.

Energías en función del tiempo

$$E_{pot} = 0.04 \cdot (0.1 \cdot \sin 2t)^2 \qquad \boxed{E_{pot} = 4 \cdot 10^{-4} \cdot sin^2 2t}$$

$$E_{cin} = 4 \cdot 10^{-4} - 0.04 \cdot (0.1 \cdot \sin 2t)^2 \qquad \boxed{E_{cin} = 4 \cdot 10^{-4} \cdot (1 - sin^2 2t)}$$

C2.- Indica razonadamente de cada uno de los siguientes enunciados si es verdadero o falso.

a) Con un altavoz superpotente se podría escuchar en la Luna un sonido emitido en la Tierra.
b) La luz es una onda electromagnética que es transversal.
c) La vibración de la cuerda de un violín produce una onda estacionaria.
d) El nivel de intensidad sonora es directamente proporcional a la intensidad del sonido.
e) Al doblar la distancia al foco emisor de una onda, su amplitud se reduce a la cuarta parte del valor que tenía inicialmente.

Solución:

a) FALSO → El sonido es una onda mecánica, por tanto necesita un medio material para propagarse. En el espacio no puede hacerlo. Por tanto en la Luna no escucharían ese sonido emitido en la Tierra.

b) VERDADERO → La luz está formada por campos eléctricos y magnéticos perpendiculares entre si y que a su vez son perpendiculares con la dirección de propagación de la onda.

c) VERDADERO → Al no ser la cuerda indefinida y estar acotada por dos puntos, las ondas que viajan por la cuerda del violín se reflejan en los extremos de la cuerda e interferirán con otras ondas lo cual provocará la aparición de ondas estacionarias.

d) FALSO → La relación entre el nivel de intensidad sonora y la intensidad del sonido es logarítmica, no lineal.

e) FALSO → Al doblar la distancia al foco, la amplitud de la onda se divide por 2 no por cuatro ya que en todo momento el producto del valor de la amplitud multiplicado por la distancia al foco se mantiene constante.

C3.- Deduce la expresión para la velocidad de escape de un cuerpo que se encuentra inicialmente en reposo sobre la superficie de un astro.

Un agujero negro es un objeto tan masivo que tiene una velocidad de escape igual a la velocidad de la luz en el vacío. La gravitación universal de Newton proporciona un valor correcto para el radio del agujero negro (denominado radio de Schwarzschild). Determine ese radio para un agujero negro con una masa: a) 10 veces la del Sol; b) con una masa de 1 kg.

Datos: $\boldsymbol{G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}; c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}; M_{Sol} = 1.99 \cdot 10^{30}\ kg}$

Solución:

A partir del teorema de conservación de la energía aplicado a la superficie del astro y al punto donde se sale del campo gravitatorio del astro podemos escribir:

$$\frac{1}{2} m_{ob} v_{esc}^2 - \frac{G m_{ob} M_p}{R_p} = 0 \qquad \boxed{v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_p}{R_p}} = \sqrt{2gR_p}}$$

Si despejamos el radio que ha de tener el astro llegamos a:

$$R_p = \frac{2 \cdot G \cdot M_p}{v_{esc}^2}.$$

A continuación vamos a aplicar la ecuación anterior a las dos situaciones que nos describe la cuestión:

a) $R_p = \frac{2 \cdot G \cdot M_p}{v_{esc}^2} = \frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 1.99 \cdot 10^{31}}{(3 \cdot 10^8)^2}$ $\qquad \boxed{R_p = 29496.2\ m}$

b) $R_p = \frac{2 \cdot G \cdot M_p}{v_{esc}^2} \frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 1}{(3 \cdot 10^8)^2}$ $\qquad \boxed{R_p = 1.482 \cdot 10^{-27}\ m}$

C4.- La luz solar tarda 8.31 minutos en llegar a la Tierra y 6.01 minutos en llegar a Venus. Determine el periodo orbital de Venus en torno al Sol, suponiendo que las órbitas descritas por ambos planetas son circulares y teniendo en cuenta que el periodo orbital de la Tierra respecto del Sol es de 365.25 días.

Dato: $\boldsymbol{c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}$

Solución:

Aplicamos la 3ª Ley de Kepler:

$$\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2} \qquad \frac{(8.31 \cdot 60 \cdot c)^3}{365.25^2} = \frac{(6.01 \cdot 60 \cdot c)^3}{T_2^2}$$

$$\boxed{T_2 = 224.65\ días = 0.615\ años}$$

PROBLEMAS

P1.- Una onda armónica transversal de frecuencia angular 4π rad/s se propaga a lo largo de una cuerda con una velocidad de 40 cm/s, en la dirección positiva del eje X. En el instante inicial t = 0 s, en el extremo de la cuerda x = 0 m, su elongación es de + 2.3 cm y su velocidad de oscilación es de 27 cm/s. Determine:

a) La expresión matemática que representa la onda.
b) El primer instante en el que la elongación es máxima en x = 0.

Solución:

A partir del dato de la velocidad angular obtendremos los valores de frecuencia y periodo:

$\omega = 4\pi\ {}^{rad}/_{s} = 2\pi f$ $\qquad f = 2\,Hz$ $\qquad T = 0.5\,s$

A partir del dato de la velocidad de propagación y teniendo en cuenta que ya disponemos de la frecuencia, calcularemos la longitud de onda y el número de onda:

$v_p = 40\ {}^{cm}/_{s} = 0.4\ {}^{m}/_{s} = \lambda \cdot 2$ $\qquad \lambda = 0.2\,m$ $\qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.2} = 10\pi\ m^{-1}$

a) A continuación escribimos la ecuación de la onda en la cual incluiremos un desfase para que esta pueda cumplir con las condiciones iniciales descritas en el enunciado.

$$y(x,t) = A \cdot \cos\left(\omega t - kx + \varphi_0\right)$$

$$v_v(x,t) = -A \cdot w \cdot \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Si incluimos las condiciones iniciales para x = 0 m y para t = 0 s llegamos a:

$y(0,0) = 0.023\,m = A \cdot \cos\left(\varphi_0\right)$ $\qquad v_v(0,0) = 0.27\ {}^{m}/_{s} = -A \cdot 4\pi \cdot \sin(\varphi_0)$

Las dos ecuaciones anteriores constituyen un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas con el cual hallaremos la amplitud y la fase inicial. Si dividimos la segunda ecuación entre la primera tenemos:

$-4\pi \cdot tg(\varphi_0) = \frac{0.27}{0.023}$ $\qquad \varphi_0 = -0.751\,rad$

$A = \frac{0.023}{\cos(-0.751)}$ $\qquad A = 0.0315\,m$

A partir de los datos anteriores ya estamos en condiciones de escribir la ecuación de la onda que vendrá dada por:

$$\boxed{y(x,t) = 0.0315\cos(4\pi t - 10\pi x - 0.751)}$$

b) En este segundo apartado nos piden en que instante el punto x = 0 m alcanza por primera vez la elongación máxima. Esto ocurrirá cada vez que $\cos(4\pi t - 10\pi x - 0.751)$ valga ± 1 o lo que es equivalente cada vez que $4\pi t - 10\pi x - 0.751$ sea igual a un múltiplo entero de π. El primer instante en que esto ocurre para valores del tiempo positivos ocurre cuando $4\pi t - 10\pi x - 0.751$ vale 0. Si particularizamos este razonamiento para x = 0 m podemos escribir:

$4\pi t - 0.751 = 0$ $\qquad \boxed{t = \frac{0.751}{4\pi} = 0.0598\,s}$

P2.- La Estación Espacial Internacional (ISS) tiene una masa de 450 toneladas. Si se pusiera en órbita a 400 km sobre el ecuador de la Tierra, calcule:

a) La velocidad y la aceleración orbital de la estación.
b) Las vueltas que da la estación alrededor de la Tierra en 24 horas.
c) La energía que sería necesaria para traspasar la estación desde la órbita de 400 km a una órbita geoestacionaria.

Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$; $R_T = 6378\ km$; $M_T = 6 \cdot 10^{24}\ kg$

Solución:

El radio de la órbita de la ISS viene dado por: $r_{orb} = 6378 + 400 = 6778\ km = 6.778 \cdot 10^6\ m$.

En todo cuerpo que orbita alrededor de otro se cumple:

$$F_{cent} = F_{grav} \qquad m \cdot \frac{v^2}{r_{orb}} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r_{orb}^2}$$

a) Para calcular la velocidad orbital simplificamos y despejamos de la ecuación anterior:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r_{orb}}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6.778 \cdot 10^6}} \qquad \boxed{v = 7684\ {}^{m}/_{s}}$$

Una vez tenemos la velocidad de la ISS y su radio de la órbita podemos calcular su aceleración que vendrá dada por:

$$a = \frac{v^2}{r_{orb}} = \frac{7684^2}{6.778 \cdot 10^6} \qquad \boxed{a = 8.71\ {}^{m}/_{s^2}}$$

b) Para calcular las vueltas que da a la Tierra cada día es necesario previamente haber calculado el periodo de la ISS:

$$T = \frac{2\pi \cdot r_{orb}}{v} = \frac{2\pi \cdot 6.778 \cdot 10^6}{7684} \qquad T = 5542.35\ s = 1.54\ h$$

$$nº\ vueltas = \frac{24}{1.5395} \qquad \boxed{nº\ vueltas = 15.59}$$

c) Estamos ante un cambio de órbita donde no sabemos el radio de la órbita de destino. Para calcularlo debemos tener presente que un satélite geoestacionario tiene el mismo periodo de rotación que la Tierra.

$$\frac{4\pi^2 r_{orb}^2}{T^2} = \frac{G \cdot M_T}{r_{orb}} \qquad r_{orb}^3 = \frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}$$

$$r_{orb} = 4.23 \cdot 10^7\ m$$

A partir de aquí ya estamos en condiciones de calcular la energía que hay que darle a la ISS para cambiarla de órbita.

$$\Delta E = E_f - E_i = -\frac{G \cdot M_T \cdot m}{2 \cdot r_{orb}^f} + \frac{G \cdot M_T \cdot m}{2 \cdot r_{orb}^i} = \frac{G \cdot M_T \cdot m}{2}\left(\frac{1}{r_{orb}^i} - \frac{1}{r_{orb}^f}\right)$$

$$\Delta E = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 450 \cdot 10^3}{2}\left(\frac{1}{6.778 \cdot 10^6} - \frac{1}{4.23 \cdot 10^7}\right) \qquad \boxed{\Delta E = 1.116 \cdot 10^{13}\ J}$$