

BOLETÍN DE PROBLEMAS NÚMERO 2 – GRAVITACIÓN

LEYES DE KEPLER

01.- Si la Luna siguiera una órbita circular en torno a la Tierra, pero con un radio igual a la cuarta parte de su valor actual, ¿cuál sería su periodo de revolución?

Dato: Toma el periodo actual igual a 28 días.

02.- a) ¿Cuál es el periodo de un satélite artificial que gira alrededor de la Tierra en una órbita circular cuyo radio es un cuarto del radio de la órbita lunar?

b) ¿Cuál es la relación entre la velocidad del satélite y la velocidad de la Luna en sus respectivas órbitas?

Dato: Periodo de la órbita lunar $T_L = 27.32$ días.

03.- Razone detalladamente si es verdadera o falsa la siguiente afirmación:

En el movimiento elíptico de un planeta en torno al Sol la velocidad del planeta en el perihelio (posición más próxima al Sol) es mayor que la velocidad en el afelio (posición más alejada del Sol).

04.- Io es un satélite de Júpiter que tarda 1.77 días en recorrer su órbita de radio medio $R_{IO} = 4.2 \cdot 10^8$ m. Ganimedes, otro satélite de Júpiter, tiene un periodo orbital de 7.15 días. Calcula el radio medio de su órbita.

05.- Sabiendo que Venus tarda 224.7 días en una revolución completa alrededor del Sol y asimismo que la Tierra invierte 365.256 días en una revolución completa alrededor del Sol, y que la distancia a éste es de $149.5 \cdot 10^6$ km, halla la distancia de Venus al Sol.

MOVIMIENTO DE SATÉLITES

01.- La siguiente tabla resume algunos datos del Sistema Solar:

Astro	Radio (m)	Masa (Kg)	Periodo de rotación (s)	Radio de la órbita (m)	Periodo de la órbita (s)
Sol	$6.96 \cdot 10^8$	$1.98 \cdot 10^{30}$	$2.30 \cdot 10^6$		
Venus	$6.26 \cdot 10^6$	$4.83 \cdot 10^{24}$		$1.08 \cdot 10^{11}$	$1.94 \cdot 10^7$
Tierra	$6.37 \cdot 10^6$	$5.98 \cdot 10^{24}$	$8.64 \cdot 10^4$	$1.49 \cdot 10^{11}$	$3.16 \cdot 10^7$
Neptuno	$2.24 \cdot 10^7$	$1.05 \cdot 10^{26}$	$5.69 \cdot 10^4$	$4.50 \cdot 10^{12}$	$5.20 \cdot 10^9$

Determina la constante de gravitación universal G empleando los datos que se necesiten de la tabla anterior. Razona la respuesta.

02.- Si la distancia entre la Tierra y la Luna es de $3.8 \cdot 10^5$ km, se pide calcular el tiempo que tarda la Luna en dar una vuelta completa a la Tierra.

Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$; $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

03.- Calcula el cociente entre la energía potencial y la energía cinética de un satélite en órbita circular.

04.- Un satélite de 500 kg de masa se mueve alrededor de Marte, describiendo una órbita circular a $6 \cdot 10^6$ m de su superficie sabiendo que la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte es 3.7 m/s^2 y que su radio es 3400 km, se pide:

a) Fuerza gravitatoria que actúa sobre el satélite.

b) Velocidad y periodo del satélite.

c) ¿A qué altura debería encontrarse el satélite para que su periodo fuese el doble?

05.- Un satélite comercial para telecomunicaciones de 900 kg describe una órbita circular en torno a la Tierra de radio $3R_T$.

- a) Calcula la aceleración y la energía del satélite en su órbita.
- b) Calcula el periodo de revolución del satélite.

Consideremos ahora que el satélite se mueve en una órbita entorno al ecuador del planeta.

- c) Determina a que altura sobre la superficie debe orbitar para que sea geoestacionario.

Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$; $M_T = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$

06.- Un vehículo espacial de 100 kg de masa se encuentra en una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura sobre la superficie terrestre $h = 2 R_T$.

- a) ¿Cuál es el periodo de la órbita de este vehículo alrededor de la Tierra? ¿Y su velocidad?
- b) ¿Cuál es su energía cinética? ¿Y su energía potencial?
- c) Calcular el módulo del momento angular del vehículo.

Datos: $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$; $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

07.- Plutón tiene una masa de $1.29 \cdot 10^{22} \text{ kg}$, un radio de 1151 km y el radio medio de su órbita alrededor del Sol es de $5.9 \cdot 10^9 \text{ km}$.

- a) Calcule la aceleración de la gravedad en la superficie de Plutón.
- b) Su satélite Caronte tiene una masa de $1.52 \cdot 10^{21} \text{ kg}$ y está a 19640 kilómetros de él. Obtenga la fuerza de atracción gravitatoria entre Plutón y Caronte.
- c) Calcule cuántos años tarda Plutón en completar una vuelta alrededor del Sol si la masa del Sol es de $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.
- d) Calcule la velocidad con la que Plutón orbita alrededor del Sol.

08.- Un satélite artificial de 100 kg de masa se encuentra girando alrededor de la Tierra en una órbita circular de 7100 km de radio.

Determine:

- a) El periodo de revolución del satélite.
- b) El momento lineal y el momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra.
- c) La variación de energía potencial que ha experimentado el satélite al elevarlo desde la superficie de la Tierra hasta esa posición.
- d) La energía cinética del satélite en su órbita.
- e) La energía mecánica total del satélite en su órbita.

Datos: $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$; $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

09.- Un satélite artificial de 100 kg se mueve en una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad de 7.5 km/s. Calcular:

- a) El radio de la órbita.
- b) La energía potencial del satélite.
- c) La energía mecánica del satélite.
- d) La energía que habría que suministrar al satélite para que describa una órbita circular con radio doble que el de la órbita anterior.

Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$; $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$

10.- Demostrar que la energía mecánica de un satélite que describe una órbita circular es igual a la mitad de su energía potencial gravitatoria.

11.- Calcular la distancia Tierra – Luna sabiendo que la Luna tarda 28 días en realizar su órbita circular en torno a la Tierra.

Datos: $g_0 = 9.8 \text{ m/s}^2$; $R_T = 6370 \text{ km}$

12.- Un satélite artificial de la Tierra de 100 kg de masa describe una órbita circular a una altura de 655 km. Calcule:

- el periodo de la órbita.
- la energía mecánica del satélite.
- el cociente entre los valores de la intensidad de campo gravitatorio terrestre en el satélite y en la superficie de la Tierra.

Datos: $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2$

13.- La masa de Júpiter es 318 veces la de la Tierra y su radio 11 veces el de la Tierra. Su satélite llamado *Io* se mueve en una órbita aproximadamente circular, con un período de 1 día, 18 horas y 27 minutos. Calcule:

- el radio de la órbita de este satélite, su velocidad lineal y su aceleración.
- la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta Júpiter.

Datos: $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2$

14.- El satélite meteorológico SMOS (*Soil moisture and ocean salinity*) de masa $m = 683 \text{ kg}$ se pretende colocar en una órbita circular a una altura $h = 755 \text{ km}$ sobre la superficie terrestre (*Fecha prevista de lanzamiento 09-09-2009*). Calcular:

- El valor de la gravedad a dicha altura y el cociente entre el peso del satélite en su órbita y el peso de la superficie terrestre.
- La velocidad del satélite, su periodo y el número de veces que recorrerá la órbita cada día.

Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$; $M_T = 5.97 \cdot 10^{24}$; $R_T = 6.38 \cdot 10^6 \text{ m}$

15.- Cuando la nave espacial Apolo XI quedó en órbita alrededor de la Luna, su masa era de 9979 kg, su periodo de 119 minutos y su radio medio de la órbita de 1849 km. Suponiendo que la órbita era circular, calcula:

- el módulo de la velocidad orbital de la nave.
- la masa de la Luna.
- la energía cinética adicional necesaria para que la nave deje la órbita y escape de la gravedad lunar.

Dato: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

16.- Explique qué se entiende por velocidad orbital y deduzca su expresión para un satélite que describe una órbita circular alrededor de la Tierra.

17.- Razone como variaría la energía mecánica del satélite si se duplicara su masa.

INTENSIDAD DEL CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE – ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD

01.- Se determina, experimentalmente la aceleración con la que cae un cuerpo en el campo gravitatorio terrestre en dos laboratorios diferentes, uno situado a nivel del mar y otro situado en un globo que se encuentra a una altura $h = 19570 \text{ m}$ sobre el nivel del mar. Los resultados obtenidos son $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ en el primer laboratorio y $g' = 9.75 \text{ m/s}^2$ en el segundo laboratorio. Se pide:

- Determinar el valor del radio terrestre.
- Sabiendo que la densidad media de la Tierra es $\rho_T = 5523 \text{ kg/m}^3$, determinar el valor de la constante de gravitación universal G .

02.- Si un cuerpo tiene un peso de 100 N sobre la superficie de Urano, calcular su peso en la superficie de otro planeta cuya masa sea el doble que la de Urano y su radio sea el triple que el de Urano.

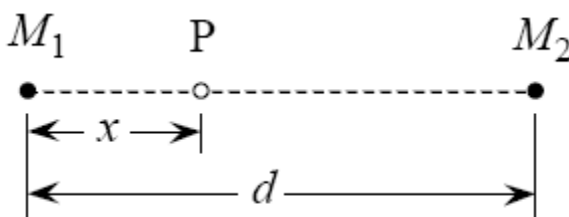
03.- ¿A qué distancia del centro de la Tierra (por encima de la superficie) la intensidad del campo gravitatorio terrestre es igual a su valor en un punto del interior de la Tierra equidistante del centro y de la superficie?

Dato: $R_T = 6370 \text{ km}$.

04.- Determina la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte sabiendo que su densidad media es 0.72 veces la densidad media de la Tierra y que el radio de dicho planeta es 0.53 veces el radio terrestre.

Aceleración de la gravedad en la superficie terrestre $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

05.- Dos partículas de masas M_1 y $M_2 = 4 M_1$ están separadas una distancia $d = 3 \text{ m}$. En el punto P, situado entre ellas, el campo gravitatorio total creado por estas partículas es nulo. Calcula la distancia x entre P y M_1 .



06.- Dos planetas A y B tienen la misma aceleración de la gravedad en su superficie. Determina la relación entre sus densidades sabiendo que $M_A = 25 M_B$.

07.- En la superficie terrestre un astronauta pesa 800 N. ¿Cuál será su peso cuando se encuentre en la Estación Espacial Internacional que orbita a una altura de 360 km sobre la superficie terrestre?

Datos: $g_0 = 9.8 \text{ m/s}^2$; $R_T = 6370 \text{ km}$

VELOCIDAD DE ESCAPE

01.- Si la masa de la Tierra se cuadruplicara, manteniendo el radio constante, ¿cómo se modificaría la velocidad de escape?

02.- Razone detalladamente si es verdadera o falsa la siguiente afirmación:

El valor de la velocidad de escape de un objeto lanzado desde la superficie de la Tierra depende del valor de la masa del objeto.

03.- Un planeta esférico tiene un radio de 3000 km y la aceleración de la gravedad en su superficie es de 6 m/s^2 . Calcular:

a) La densidad media del planeta.

b) La velocidad de escape para un objeto situado en la superficie del planeta.

Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

04.- Define que es la velocidad de escape, deduce razonadamente su expresión y calcula su valor para un cuerpo de masa 17.5 kg que está en reposo en la superficie terrestre.

Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $R_T = 6370 \text{ km}$

05.- ¿Puede un planeta tener el mismo valor de la aceleración de la gravedad en su superficie que la de la Tierra y tener una velocidad de escape mayor?

a) Si.

- b) No.
- c) Depende del cociente entre las masas de los planetas.
- d) Depende del cociente entre los radios de los planetas.
- e) Depende de si el momento angular se conserva o no.

Escoge la respuesta correcta y justifica tu elección.

TEOREMA DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA – ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

01.- Dos proyectiles son lanzados hacia arriba en dirección perpendicular a la superficie de la Tierra. El primero de ellos sale con una velocidad de 5 km/s, y el segundo, con 15 km/s. Despreciando el rozamiento con el aire y la velocidad de rotación de la Tierra, se pide:

- a) La altura máxima que alcanza el primer proyectil.
- b) La velocidad del segundo proyectil cuando éste se encuentre muy lejos de la Tierra.

Datos: $g_0 = 9.8 \text{ m/s}^2$; $R_T = 6370 \text{ km}$.

02.- Se dispara hacia arriba un proyectil con una velocidad de 8.0 km/s. Sabiendo que el radio de la Tierra es de 6370 km y que la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre es 9.80 m/s^2 , determine la altura máxima alcanzada respecto de la superficie.

03.- a) Desde la superficie de la Tierra se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad v . Si se desprecia el rozamiento, calcule el valor de v necesario para que el objeto alcance una altura igual al radio de la Tierra.

b) Si se lanza el objeto desde la superficie de la Tierra con una velocidad doble a la calculada en el apartado anterior, justifica detalladamente si el cuerpo escapará o no del campo gravitatorio terrestre.

Datos: $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$; $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

04.- Calcular la máxima altura que alcanzará un objeto de 10 kg situado sobre la superficie de Venus, si se le comunica una velocidad inicial hacia arriba de 5 km/s. A esa altura, calcular la energía potencial del cuerpo, su peso y su velocidad de escape.

Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$; $M_V = 4.87 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_V = 6520 \text{ km}$

05.- Calcular la máxima altura que alcanzará un objeto de 21.25 kg situado sobre la superficie de Venus, si se le comunica una velocidad inicial hacia arriba de 5.43 km/s. Para esa altura, calcular:

- a) Su energía potencial.
- b) Su peso.
- c) Su velocidad de escape.

Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$; $R_V = 6.52 \cdot 10^6 \text{ m}$, $M_V = 4.87 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

06.- Un meteorito de 20000 toneladas de masa se dirige desde el espacio exterior hacia la Tierra. Cuando se encuentra a una distancia $3.8 \cdot 10^7 \text{ m}$ del centro de la Tierra, su velocidad es de 10 km/s. Calcular la velocidad con la que llegará a la superficie terrestre. Se desprecian los efectos del rozamiento con la atmósfera.

Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $R_T = 6370 \text{ km}$